

АЛГЕБРА

9
КЛАСС

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ
для общеобразовательных учреждений

Под редакцией А. Г. Мордковича

Александрова Л. А.

A46 Алгебра. 9 кл. Самостоятельные работы: Учеб. пособие для общеобразоват. учреждений / Под ред. А. Г. Мордковича. — 3-е изд., испр. — М.: Мнемозина, 2006. — 80 с.

ISBN 5-346-00665-6

Данное пособие предназначено для общеобразовательных классов, обучающихся курсу алгебры по учебному комплексу А. Г. Мордковича. Пособие содержит учебный материал для проведения самостоятельных работ по каждой теме и может быть использовано учителем для осуществления текущего контроля знаний, умений и навыков школьников, в качестве дополнительных упражнений, а также учащимися с целью самоподготовки.

УДК 373.167.1:512

ББК 22.141я721

Учебное издание

Александрова Лидия Александровна

АЛГЕБРА

9 класс

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

для общеобразовательных учреждений

Предисловие

Издательство «Мнемозина» опубликовало учебный комплект для изучения курса алгебры в 9-м классе общеобразовательной школы:

- А. Г. Мордкович. Алгебра-9. Часть 1. Учебник.
- А. Г. Мордкович, Т. Н. Мишустина, Е. Е. Тульчинская. Алгебра-9. Часть 2. Задачник.
- М. В. Волович. Алгебра-9. Рабочая тетрадь (под ред. А. Г. Мордковича).
- Ю. П. Дудницын, Е. Е. Тульчинская. Алгебра-9. Контрольные работы (под ред. А. Г. Мордковича).
- А. Г. Мордкович. Алгебра, 7–9. Методическое пособие для учителя.
- А. Г. Мордкович, Е. Е. Тульчинская. Алгебра, 7–9. Тесты.

Данное пособие является дополнением к указанному учебному комплекту.

Самостоятельные работы составлены согласно программе курса алгебры 9-го класса и предусматривают проверку знаний, умений и навыков учащихся по каждой теме в соответствии с обязательными результатами обучения. Необязательные задания и задания повышенной сложности, отмечены значком *. Предлагаемые самостоятельные работы можно использовать для текущего контроля знаний, умений и навыков учеников, в качестве обучающих работ, а также с целью выборочной проверки знаний школьников по соответствующей теме.

Время, отводимое на самостоятельные работы, варьируется от 7 до 20 минут по усмотрению учителя в зависимости от структуры урока, объема и сложности заданий, уровня подготовки учащихся.

Задания каждого варианта подобраны по возрастанию сложности, причем варианты 1 и 2 во многих случаях несколько легче вариантов 3 и 4.

В пособии приводится примерное планирование учебного материала из расчета 3 ч в неделю с указанием номеров самостоятельных работ (С-1 ...) по всем темам.

ТЕМА 1. Неравенства и системы неравенств

ПРИМЕРНОЕ ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

9 класс

Поурочное планирование дано в соответствии с параграфами учебника А. Г. Мордковича «Алгебра-9» (М.: Мнемозина, 2001—2006) из расчета 3 ч в неделю.

Тема 1 НЕРАВЕНСТВА И СИСТЕМЫ НЕРАВЕНСТВ

1. Линейные и квадратные неравенства	3 ч	C-1
2. Рациональные неравенства	4 ч	C-2
3. Системы рациональных неравенств	4 ч	C-3
Обобщающий урок и контрольная работа № 1	2 ч	

Тема 2 СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

4. Основные понятия	3 ч	C-4
5. Методы решения систем уравнений	5 ч	C-5, 6
6. Системы уравнений как математические модели реальных ситуаций	5 ч	C-7
Обобщающий урок и контрольная работа № 2	2 ч	

Тема 3 ЧИСЛОВЫЕ ФУНКЦИИ

7. Определение числовой функции. Область определения, область значений функции	4 ч	C-8
8. Способы задания функций	2 ч	C-9
9. Свойства функций	5 ч	C-10
10. Четные и нечетные функции	2 ч	C-11
Контрольная работа № 3	1 ч	
11. Функции $y = x^n$ ($n \in N$), их свойства и графики	3 ч	C-12
12. Функции $y = x^{-n}$ ($n \in N$), их свойства и графики	3 ч	C-13
13. Как построить график функции $y = mf(x)$, если известен график функции $y = f(x)$	2 ч	C-14
Обобщающий урок и контрольная работа № 4	2 ч	C-15

Тема 4 ПРОГРЕССИИ

14. Числовые последовательности	4 ч	C-16
15. Арифметическая прогрессия	5 ч	C-17—19
16. Геометрическая прогрессия	6 ч	C-20, 21
Обобщающий урок и контрольная работа № 5	2 ч	

Тема 5 ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

17. Числовая окружность	2 ч	C-22
18. Числовая окружность на координатной плоскости	2 ч	C-23
19. Синус и косинус. Тангенс и котангенс	3 ч	C-24
20. Тригонометрические функции числового аргумента	3 ч	C-25
21. Тригонометрические функции углового аргумента	2 ч	C-26
22. Функции $y = \sin x$, $y = \cos x$, их свойства и графики	3 ч	C-27, 28
Контрольная работа № 6	1 ч	
Итоговое повторение	23 ч	C-29

С-1. Линейные и квадратные неравенства

Вариант 1

1. Решите неравенство:

- а) $5x + 4 < 9x - 12$; *в) $|x - 5| < 4$;
б) $x^2 + 4x - 21 \geq 0$; г) $3x^2 - x + 1 > 0$.

2. При каких значениях x выражение $\sqrt{6x^2 - x - 12}$ имеет смысл?

С-1. Линейные и квадратные неравенства

Вариант 2

1. Решите неравенство:

- а) $7x - 11 \geq 10x - 8$; *в) $|x + 2| > 3$;
б) $x^2 - 5x - 36 < 0$; г) $3x^2 - 2x + 1 < 0$.

2. При каких значениях x выражение $\frac{1}{\sqrt{3x^2 - 13x + 12}}$ имеет смысл?

С-1. Линейные и квадратные неравенства

Вариант 3

1. Решите неравенство:

- а) $8x + 9 \leq -4x + 3$; *в) $|4 - x| \leq 6$;
б) $x^2 - 2x - 24 \geq 0$; г) $-2x^2 + 2x - 7 < 0$.

2. При каких значениях x выражение $\sqrt{-x^2 - 17x - 72}$ имеет смысл?

С-1. Линейные и квадратные неравенства

Вариант 4

1. Решите неравенство:

- а) $-6x + 7 \geq 3x + 18$; *в) $|5 - 3x| \geq 7$;
б) $-x^2 + 10x - 21 \geq 0$; г) $-2x^2 - 3x - 5 > 0$.

2. При каких значениях x выражение $\sqrt{(36 - 25x^2)^{-1}}$ имеет смысл?

С-2. Рациональные неравенства

Вариант 1

1. Решите неравенство методом интервалов:

- а) $(x - 1)(x + 9) \geq 0$; г) $(x + 3)(x - 5)(x - 7) < 0$;

б) $-x^2 + 12x > 0$; д) $\frac{x - 3}{x(x + 2)} > 0$.

в) $x^2 - 14x + 33 \leq 0$;

*2. При каких значениях параметра m уравнение $4x^2 - 2mx + 9 = 0$ имеет два различных корня?

C-2. Рациональные неравенства

Вариант 2

1. Решите неравенство методом интервалов:

a) $(x + 7)(x - 5) < 0$; г) $(x + 9)(x + 1)(x - 4) > 0$;
 б) $x^2 - 121 \geq 0$; д) $\frac{(x + 8)x}{x - 5} < 0$.
 в) $-x^2 + 11x + 60 \geq 0$;

*2. При каких значениях параметра m уравнение $3x^2 - 2mx + 12 = 0$ не имеет корней?

C-2. Рациональные неравенства

Вариант 3

1. Решите неравенство методом интервалов:

a) $(x + 5)(6 - x) \geq 0$; г) $x(x - 2)(x - 9)(x + 4) \leq 0$;
 б) $x^2 < 196$; д) $\frac{(x + 2)(x + 3)}{x - 5} \geq 0$.
 в) $2x^2 - 9x + 4 > 0$;

*2. При каких значениях параметра m уравнение $x^2 + 2mx + (m + 2) = 0$ имеет корни?

C-2. Рациональные неравенства

Вариант 4

1. Решите неравенство методом интервалов:

a) $(x + 6)(x + 2) < 0$; г) $(x + 4)(2 - x)(x - 5) < 0$;
 б) $x^3 - 64x \geq 0$; д) $\frac{x}{(x + 2)(x - 7)} \leq 0$.
 в) $-6x^2 + 7x - 1 < 0$;

*2. При каких значениях параметра m уравнение $x^2 + 2mx - (m - 20) = 0$ имеет не более одного корня?

C-3. Системы рациональных неравенств

Вариант 1

1. Решите систему неравенств:

a) $\begin{cases} t - 5 \geq 0, \\ 2t - 6 \geq 0; \end{cases}$ *_B) $\begin{cases} 6x^2 - 7x + 1 \leq 0, \\ 4x - 3 \leq 0; \end{cases}$
 б) $\begin{cases} 6t - 4 > 2t + 8, \\ t + 9 > 3t - 5; \end{cases}$ *_G) $\begin{cases} \frac{x - 5}{x} > 0, \\ x - 2 > 0. \end{cases}$

2. Решите двойное неравенство $3 < 2x - 5 < 6$.

3. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{x + 4} + \sqrt{2x + 3}.$$

C-3. Системы рациональных неравенств

Вариант 2

1. Решите систему неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} y + 4 \leq 0, \\ 5y + 15 \leq 0; \end{cases} \quad *_{\text{B}}) \begin{cases} 7x^2 + 16x + 4 > 0, \\ 3x \leq 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 8y - 5 < 6y + 3, \\ y + 3 < 4y - 9; \end{cases} \quad *_{\text{Г}}) \begin{cases} \frac{x - 1}{x - 6} \leq 0, \\ x + 1 \geq 0. \end{cases}$$

2. Решите двойное неравенство $-2 \leq 3 - 4x \leq 5$.

3. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{1 - x} + \sqrt{\frac{1}{3}x + 3}.$$

C-3. Системы рациональных неравенств

Вариант 3

1. Решите систему неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} 5 - 8x < 0, \\ 2x - 9 \leq 0; \end{cases} \quad *_{\text{B}}) \begin{cases} 5x^2 - 23x - 10 < 0, \\ x^2 - 4 > 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x - 5 \geq 3x - 5, \\ 7x - 9 < 10x + 13; \end{cases} \quad *_{\text{Г}}) \begin{cases} \frac{x^2 - 25}{x} \leq 0, \\ x^2 - 1 > 0. \end{cases}$$

2. Решите двойное неравенство $-4 < \frac{3x + 2}{5} < 0$.

3. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{x^2 - 4x} + \sqrt{5 - x}.$$

C-3. Системы рациональных неравенств

Вариант 4

1. Решите систему неравенств:

$$\text{а) } \begin{cases} -3x \leq 0, \\ 2x - 4 < 0; \end{cases} \quad *_{\text{B}}) \begin{cases} 4x^2 - 11x + 6 \leq 0, \\ x^2 - x + 2 > 0; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 7x + 8 > 9x + 3, \\ 5x - 4 < 6x + 1; \end{cases} \quad *_{\text{Г}}) \begin{cases} \frac{36 - x^2}{1 + x} \leq 0, \\ x^2 + 8x < 0. \end{cases}$$

2. Решите двойное неравенство $-1 < \frac{6 - x}{3} \leq 4$.

3. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{\frac{4 - x}{x}} + \sqrt{\frac{x}{2} + 1}.$$

ТЕМА 2. Системы уравнений

C-4. Основные понятия. Уравнение окружности

Вариант 1

1. Постройте график уравнения:

$$\text{а) } (x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 9; \quad \text{б) } x^2 + y^2 = 6,25.$$

2. Напишите уравнение окружности с центром в точке $(2; 0)$ и радиусом 7.

3. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} (x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 4, \\ x - y = -2. \end{cases}$$

C-4. Основные понятия. Уравнение окружности

Вариант 2

1. Постройте график уравнения:

а) $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$; б) $x^2 + y^2 = 12,25$.

2. Напишите уравнение окружности с центром в точке $(0; 4)$ и радиусом 10.

3. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} (x + 1)^2 + y^2 = 16, \\ x + y = 3. \end{cases}$$

C-4. Основные понятия. Уравнение окружности

Вариант 3

1. Постройте график уравнения:

а) $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 36$; б) $x^2 + (y - 1)^2 = 2,25$.

2. Напишите уравнение окружности с центром в точке $(2; -3)$, если окружность касается оси абсцисс.

3. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} (x - 1)^2 + y^2 = 1, \\ y - (x - 2)^2 = 0. \end{cases}$$

C-4. Основные понятия. Уравнение окружности

Вариант 4

1. Постройте график уравнения:

а) $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 25$; б) $(x - 2)^2 + y^2 = 20,25$.

2. Напишите уравнение окружности с центром в точке $(-4; -1)$, если окружность касается оси ординат.

3. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + (y - 2)^2 = 4, \\ 0,5x^2 - 2x - y = -4. \end{cases}$$

C-5. Методы решения систем уравнений

Вариант 1

1. Решите систему уравнений методом подстановки:

а) $\begin{cases} x - y = 1, \\ xy = 6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 - 3y^2 = 1, \\ x - 2y = 1. \end{cases}$

2. Решите систему уравнений методом алгебраического сложения:

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 36, \\ 3x^2 - 2y^2 = -20. \end{cases}$$

C-5. Методы решения систем уравнений

Вариант 2

1. Решите систему уравнений методом подстановки:

а) $\begin{cases} x + 2y = 1, \\ xy = -1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + xy = 6, \\ x - y = 4. \end{cases}$

2. Решите систему уравнений методом алгебраического сложения:

$$\begin{cases} 4x^2 - xy = 26, \\ 3x^2 + xy = 2. \end{cases}$$

C-5. Методы решения систем уравнений

Вариант 3

1. Решите систему уравнений методом подстановки:

а) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 20, \\ 3x + y = 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6}, \\ 2y - x = -1. \end{cases}$

2. Решите систему уравнений методом алгебраического сложения:

$$\begin{cases} xy - 3y^2 = -24, \\ xy + 2y^2 = 21. \end{cases}$$

C-5. Методы решения систем уравнений

Вариант 4

1. Решите систему уравнений методом подстановки:

а) $\begin{cases} x + y = 3, \\ y^2 - xy = -1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4}, \\ x - y = 2. \end{cases}$

2. Решите систему уравнений методом алгебраического сложения:

$$\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 = 14, \\ -x^2 + 2y^2 = 7. \end{cases}$$

C-6. Методы решения систем уравнений

Вариант 1

1. Решите систему уравнений методом замены переменной:

$$\begin{cases} x^2y^2 - 5xy = -6, \\ x + y = 3. \end{cases}$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 21, \\ x - y = 3. \end{cases}$$

C-6. Методы решения систем уравнений

Вариант 2

1. Решите систему уравнений методом замены переменной:

$$\begin{cases} xy + 2 \cdot (x - y) = 10, \\ 5xy - 3 \cdot (x - y) = 11. \end{cases}$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = -32, \\ x + y = 16. \end{cases}$$

C-6. Методы решения систем уравнений

Вариант 3

1. Решите систему уравнений методом замены переменной:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} \cdot (x + y) = -4, \\ \frac{x}{y} + (x + y) = -3. \end{cases}$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 25, \\ 2x + y = 1. \end{cases}$$

С-6. Методы решения систем уравнений

Вариант 4

1. Решите систему уравнений методом замены переменной:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{2y}{x} = 3, \\ 5x - y = 6. \end{cases}$$

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 49, \\ x - 3y = 1. \end{cases}$$

С-7. Системы уравнений как математические модели реальных ситуаций

Вариант 4

Решите задачу, выделяя три этапа математического моделирования:

1. Диагональ прямоугольника равна 30 дм, а его площадь 432 дм². Найти стороны прямоугольника.

2. Два ксерокса, работая одновременно, распечатывают рекламные проспекты за 18 мин 40 с. Один из них выполнит всю распечатку на 5 мин быстрее, чем другой. За сколько минут каждый ксерокс в отдельности может выполнить всю работу?

ТЕМА 3. Числовые функции

С-8. Определение числовой функции.

Область определения, область значений функции

Вариант 1

1. Найдите область определения функции:

а) $y = x^2 - 3x + 4$; в) $y = \frac{1}{\sqrt{6 - 3x}}$;

б) $y = \frac{6}{x-2}$; г) $y = \sqrt{x^2 - 3x - 4}$.

*2. Данна функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 5, & \text{если } -2 \leq x \leq 0, \\ (x - 1)^2 + 4, & \text{если } 0 < x \leq 4. \end{cases}$$

а) Вычислите: $f(-2); f(0); f(1); f(3)$.

б) Постройте график функции.

в) Найдите $D(f)$ и $E(f)$.

С-8. Определение числовой функции.

Область определения, область значений функции

Вариант 2

1. Найдите область определения функции:

а) $y = x^3 - 5x$; в) $y = \sqrt{8x + 5}$;

б) $y = \frac{x}{2x-3}$; г) $y = \sqrt{x^2 - 49}$.

*2. Данна функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{4}{x}, & \text{если } -4 \leq x \leq -1, \\ -x + 3, & \text{если } -1 < x \leq 4. \end{cases}$$

а) Вычислите: $f(-4); f(-1); f(0); f(4)$.

б) Постройте график функции.

в) Найдите $D(f)$ и $E(f)$.

С-8. Определение числовой функции.

Область определения, область значений функции

Вариант 3

1. Найдите область определения функции:

а) $y = \frac{3}{x^2 + 9}$; в) $y = \frac{x - 1}{\sqrt{3 - 2x}}$;

б) $y = \frac{5}{x \cdot (x - 3)}$; г) $y = \sqrt{\frac{x + 4}{x - 5}}$.

*2. Данна функция $y = f(x)$, где

$$f(x) = \begin{cases} (x + 1)^2 + 1, & \text{если } -3 \leq x < 0, \\ \sqrt{x}, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

а) Вычислите: $f(-3); f(-1); f(0); f(4)$.

б) Постройте график функции.

в) Найдите $D(f)$ и $E(f)$.**С-8. Определение числовой функции.**

Область определения, область значений функции

Вариант 4

1. Найдите область определения функции:

а) $y = \frac{5}{x^2 + 2}$; в) $y = \sqrt{2x^2 + 3x - 2}$;

б) $y = \frac{7x^2}{x \cdot (x + 4)}$; г) $y = \sqrt{\frac{x + 4}{x - 5}}$.

*2. Данна функция $y = f(x)$, где

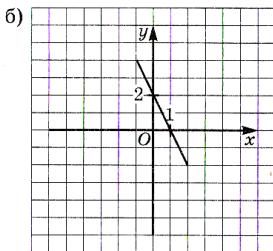
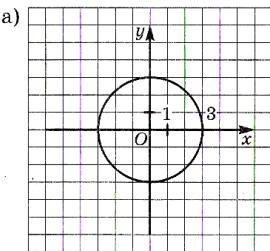
$$f(x) = \begin{cases} |x + 2|, & \text{если } -6 \leq x \leq 0, \\ \frac{2}{x}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

а) Вычислите: $f(-6); f(-2); f(0); f(2)$.

б) Постройте график функции.

в) Найдите $D(f)$ и $E(f)$.**С-9. Способы задания функций****Вариант 1**

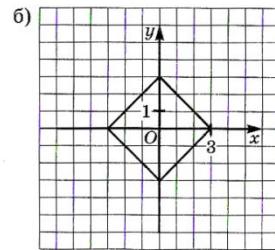
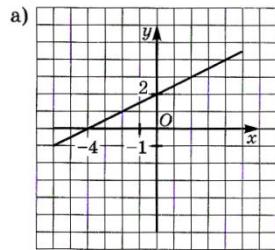
1. Какой из графиков, изображенных на рисунках а) и б), задает функцию? Задайте эту функцию аналитически.



2. Функция задана формулой
- $S = 70t$
- ,

где S — путь (км), t — время (ч).Найдите: а) $S(1); S(3); S(5)$;б) t , если $S = 140$ км;в) S , если $t = 12$ мин.**С-9. Способы задания функций****Вариант 2**

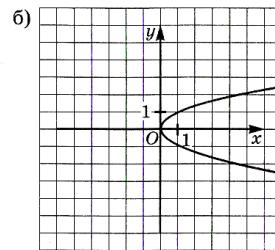
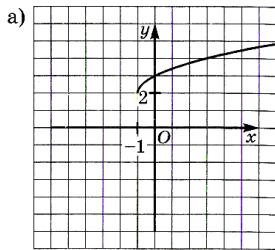
1. Какой из графиков, изображенных на рисунках а) и б), задает функцию? Задайте эту функцию аналитически.



2. Функция задана формулой
- $S = a^2$
- ,

где S — площадь квадрата (см^2), a — длина стороны (см).Найдите: а) $S(2); S(1,5)$;б) a , если $S = 144 \text{ см}^2$;в) S , если $a = 7 \text{ мм}$.**С-9. Способы задания функций****Вариант 3**

1. Какой из графиков, изображенных на рисунках а) и б), задает функцию? Задайте эту функцию аналитически.



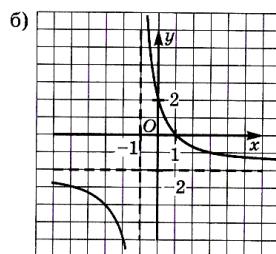
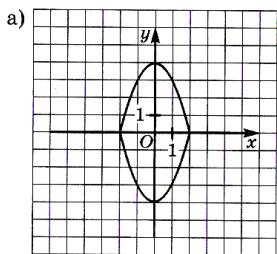
2. Функция задана формулой
- $m = V \cdot \rho$
- ,

где m — масса (кг), V — объем (м^3), ρ — плотность ($\text{кг}/\text{м}^3$).Найдите: а) массу m воздуха в классной комнате, если $\rho = 1,25 \text{ кг}/\text{м}^3$, $V = 144 \text{ м}^3$;б) объем V актового зала, если $m = 1 \text{ т}$;в) ρ , если $m = 0,5 \text{ т}$, $V = 400 \text{ м}^3$.

C-9. Способы задания функций

Вариант 4

1. Какой из графиков, изображенных на рисунках а) и б), задает функцию? Задайте эту функцию аналитически.



2. Функция задана формулой $F = m \cdot a$,

где F — сила (Н), m — масса (кг),
 a — ускорение ($\text{м}/\text{с}^2$).

- Найдите: а) F , если $m = 4$ кг, $a = 0,2 \text{ м}/\text{с}^2$;
б) m , если $F = 20$ Н, $a = 0,4 \text{ м}/\text{с}^2$;
в) a , если $F = 90$ кН, $m = 60$ т.

C-10. Свойства функций

Вариант 1

1. Используя свойства числовых неравенств, докажите, что функция $y = 4x - 9$ возрастает.

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^2 + 3$ на отрезке $[0; 2]$.

- *3. Постройте и прочтайте график функции $y = f(x)$,

$$\text{где } f(x) = \begin{cases} 3x, & \text{если } x \leq 1, \\ x^2 - 6x + 8, & \text{если } 1 < x \leq 4. \end{cases}$$

C-10. Свойства функций

Вариант 2

1. Используя свойства числовых неравенств, докажите, что функция $y = -4x + 9$ убывает.

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = \frac{6}{x+2}$ на полуинтервале $[0; 4]$.

- *3. Постройте и прочтайте график функции $y = f(x)$,

$$\text{где } f(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x, & \text{если } -4 \leq x \leq -1, \\ 2, & \text{если } x > -1. \end{cases}$$

C-10. Свойства функций

Вариант 3

1. Используя свойства числовых неравенств, докажите, что функция $y = x^3$ возрастает.

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 1 + \sqrt{x - 2}$.

- *3. Постройте и прочтайте график функции $y = f(x)$,

$$\text{где } f(x) = \begin{cases} |x + 2| - 1, & \text{если } -4 \leq x < 0, \\ -\sqrt{x}, & \text{если } 0 \leq x \leq 4. \end{cases}$$

C-10. Свойства функций

Вариант 4

1. Используя свойства числовых неравенств, докажите, что функция $y = \frac{1}{x}$ при $x > 0$ убывает.

2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -x^2 + 4x - 3$.

- *3. Постройте и прочтайте график функции $y = f(x)$,

$$\text{где } f(x) = \begin{cases} -\frac{4}{x}, & \text{если } x < 0, \\ \sqrt{x + 1} - 1, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

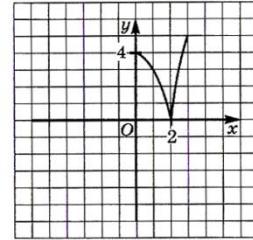
C-11. Четные и нечетные функции

Вариант 1

1. Исследуйте на четность функцию:

$$\text{а) } y = -x^4 + 8x^2; \quad \text{б) } y = 2x^2, x \in [-4; 4].$$

2. На рисунке построена часть графика функции $y = f(x)$. Постройте весь график, если известно, что $y = f(x)$ — четная функция.



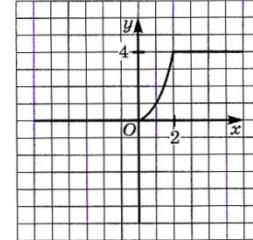
C-11. Четные и нечетные функции

Вариант 2

1. Исследуйте на четность функцию:

$$\text{а) } y = \frac{2x^2 + 1}{x}; \quad \text{б) } y = x^3 - 3x + 1.$$

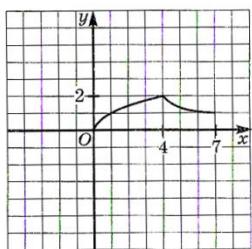
2. На рисунке построена часть графика функции $y = f(x)$. Постройте весь график, если известно, что $y = f(x)$ — нечетная функция.



C-11. Четные и нечетные функции**Вариант 3**

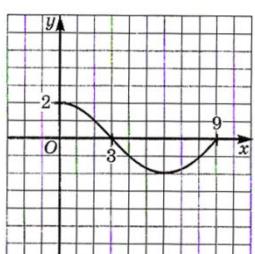
1. Исследуйте на четность функцию:

a) $y = \frac{x^2 - 1}{|x|};$ б) $y = x^3 - 5x;$ в) $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 4}.$

2. На рисунке построена часть графика функции $y = f(x)$. Постройте весь график, если известно, что $y = f(x)$ — нечетная функция.**C-11. Четные и нечетные функции****Вариант 4**

1. Исследуйте на четность функцию:

а) $y = \frac{x}{x^2 - 4};$ б) $y = \sqrt{|x|} + 3;$ в) $y = \frac{x - 3}{x^2 - 6x + 9}.$

2. На рисунке построена часть графика функции $y = f(x)$. Постройте весь график, если известно, что $y = f(x)$ — четная функция.**C-12. Функции $y = x^n$, ($n \in \mathbb{N}$), их свойства и графики****Вариант 1**1. Постройте и прочитайте график функции $y = x^3 - 1$.

2. Определите число решений системы уравнений

$$\begin{cases} y = x^4, \\ y = \sqrt{x+1}. \end{cases}$$

C-12. Функции $y = x^n$, ($n \in \mathbb{N}$), их свойства и графики**Вариант 2**1. Постройте и прочитайте график функции $y = -x^4 + 6$.

2. Определите число решений системы уравнений

$$\begin{cases} y = -x^3, \\ y = -5x. \end{cases}$$

C-12. Функции $y = x^n$, ($n \in \mathbb{N}$), их свойства и графики**Вариант 3**1. Постройте и прочтайте график функции $y = (x + 2)^4$.

2. Определите число решений системы уравнений

$$\begin{cases} y = x^5, \\ y = \frac{4}{x}. \end{cases}$$

C-12. Функции $y = x^n$, ($n \in \mathbb{N}$), их свойства и графики**Вариант 4**1. Постройте и прочтайте график функции $y = -(x - 3)^5$.

2. Определите число решений системы уравнений

$$\begin{cases} y = -x^6 + 6, \\ y = (x - 1)^2. \end{cases}$$

C-13. Функции $y = x^{-n}$, ($n \in \mathbb{N}$), их свойства и графики**Вариант 1**Постройте график функции $y = (x - 2)^{-2}$.а) Найдите наименьшее и наибольшее значения функции на полуинтервале $(2; 4]$.б) Какая из точек $A\left(5; \frac{1}{9}\right)$ и $B(5; -9)$ принадлежит графику функции?в) Найдите точки пересечения графика данной функции с графиком функции $y = x^2 - 4x + 4$.**C-13. Функции $y = x^{-n}$, ($n \in \mathbb{N}$), их свойства и графики****Вариант 2**Постройте график функции $y = x^{-3} + 3$.а) Найдите наименьшее и наибольшее значения функции на отрезке $[1; 2]$.б) Какая из точек $A\left(\frac{1}{2}; 2\frac{7}{8}\right)$ и $B\left(\frac{1}{2}; 11\right)$ принадлежит графику функции?в) Найдите точки пересечения графика данной функции с графиком функции $y = x + 3$.**C-13. Функции $y = x^{-n}$, ($n \in \mathbb{N}$), их свойства и графики****Вариант 3**Постройте график функции $y = (x - 1)^{-4} - 4$.а) Найдите наименьшее и наибольшее значения функции на луче $(-\infty; 0]$.б) Какая из точек $A\left(-1; -3\frac{15}{16}\right)$ и $B\left(-1; -4\frac{1}{16}\right)$ принадлежит графику функции?в) Найдите точки пересечения графика данной функции с графиком функции $y = x^2 - 2x - 3$.**C-13. Функции $y = x^{-n}$, ($n \in \mathbb{N}$), их свойства и графики****Вариант 4**Постройте график функции $y = (x + 1)^{-5} - 2$.а) Найдите наименьшее и наибольшее значения функции на полуинтервале $[-2; -1]$.б) Какая из точек $A\left(-3; -1\frac{31}{32}\right)$ и $B\left(-3; -2\frac{1}{32}\right)$ принадлежит графику функции?в) Найдите точки пересечения графика данной функции с графиком функции $y = x - 1$.

C-14. Как построить график функции $y = mf(x)$, если известен график функции $y = f(x)$

Вариант 1

1. Постройте график функции $y = \frac{1}{2}x^3$.2. Решите графически уравнение $\frac{1}{2}x^3 = 2x$.**C-14.** Как построить график функции $y = mf(x)$, если известен график функции $y = f(x)$

Вариант 2

1. Постройте график функции $y = 2x^{-2}$.2. Решите графически уравнение $2x^{-2} = 3x^2 - 1$.**C-14.** Как построить график функции $y = mf(x)$, если известен график функции $y = f(x)$

Вариант 3

1. Постройте график функции $y = 8x^{-3}$.2. Решите графически уравнение $8x^{-3} = \frac{x^3}{8}$.**C-14.** Как построить график функции $y = mf(x)$, если известен график функции $y = f(x)$

Вариант 4

1. Постройте график функции $y = -4x^2$.2. Решите графически уравнение $-4x^2 = x^2 - 5$.**C-15.** Числовые функции (обобщение)

Вариант 1

1. а) Постройте и прочтайте график функции $y = f(x)$,

$$\text{где } f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x < 0, \\ -x^3 + 2, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

*б) Укажите значения p , при которых уравнение $f(x) = p$, где $p \in \mathbb{R}$, имеет 2 корня.*2. Решите графически неравенство $-x + 3 \geq x^2 + 1$.**C-15.** Числовые функции (обобщение)

Вариант 2

1. а) Постройте и прочтайте график функции $y = f(x)$,

$$\text{где } f(x) = \begin{cases} \frac{4}{(x+2)^2}, & \text{если } x < -2, \\ \sqrt{x+2}, & \text{если } x \geq -2. \end{cases}$$

*б) Укажите значения p , при которых уравнение $f(x) = p$, где $p \in \mathbb{R}$, имеет 2 корня.*2. Решите графически неравенство $x^2 \geq -x^2 + 2$.**C-15.** Числовые функции (обобщение)

Вариант 3

1. а) Постройте и прочтайте график функции $y = f(x)$,

$$\text{где } f(x) = \begin{cases} 2x^{-3}, & \text{если } x < 0, \\ -(x-1)^4 + 4, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

*б) Укажите значения p , при которых уравнение $f(x) = p$, где $p \in \mathbb{R}$, имеет 2 корня.*2. Решите графически неравенство $x^3 \leq -x^2 + 2$.**C-15.** Числовые функции (обобщение)

Вариант 4

1. а) Постройте и прочтайте график функции $y = f(x)$,

$$\text{где } f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{x^3} + 1, & \text{если } x < 0, \\ -3|x-1| + 4, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

*б) Укажите значения p , при которых уравнение $f(x) = p$, где $p \in \mathbb{R}$, имеет 3 корня.*2. Решите графически неравенство $x^{-2} \leq -x^3$.**ТЕМА 4. Прогрессии****C-16.** Числовые последовательности

Вариант 1

1. По заданной формуле n -го члена последовательности (a_n) , где $a_n = -3n + 1$, вычислите a_1, a_3, a_{10} .2. Составьте возможную формулу n -го члена последовательности $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \dots$.3. Вычислите первые 4 члена последовательности (y_n) , заданной рекуррентно: $y_1 = -2, y_n = 3y_{n-1} + 2$.**C-16.** Числовые последовательности

Вариант 2

1. По заданной формуле n -го члена последовательности (a_n) , где $a_n = \frac{6}{n+1}$, вычислите a_1, a_4, a_7 .2. Составьте возможную формулу n -го члена последовательности $5; 10; 15; 20; 25; \dots$.3. Вычислите первые 4 члена последовательности (y_n) , заданной рекуррентно: $y_1 = 5, y_n = 3y_{n-1} - 1$.**C-16.** Числовые последовательности

Вариант 3

1. По заданной формуле n -го члена последовательности (a_n) , где $a_n = 2^n + 1$, вычислите a_1, a_3, a_8 .2. Составьте возможную формулу n -го члена последовательности $2; 5; 8; 11; 14; \dots$.3. Вычислите первые 4 члена последовательности (y_n) , заданной рекуррентно: $y_1 = -1, y_n = (y_{n-1} + 1)^2$.

C-16. Числовые последовательности

Вариант 4

- По заданной формуле n -го члена последовательности (a_n) , где $a_n = n^3 - 2$, вычислите a_1 , a_2 , a_5 .
- Составьте возможную формулу n -го члена последовательности $0; 1; 4; 9; 16; \dots$.
- Вычислите первые 4 члена последовательности (y_n) , заданной рекуррентно: $y_1 = 3$, $y_n = \left(\frac{1}{y_{n-1}}\right)^2$.

C-17. Арифметическая прогрессия

Вариант 1

- Дана арифметическая прогрессия (a_n) . Вычислите a_5 , если $a_1 = -7$, $d = 3$.
- Найдите первый член арифметической прогрессии (a_n) , если $a_4 = 18$, $d = -3$.
- Найдите a_1 , d , a_{26} для арифметической прогрессии (a_n) : $10; 4; -2; \dots$.

C-17. Арифметическая прогрессия

Вариант 2

- Дана арифметическая прогрессия (a_n) . Вычислите a_9 , если $a_1 = 5$, $d = -4$.
- Найдите первый член арифметической прогрессии (a_n) , если $a_{16} = 4$, $d = 2$.
- Найдите a_1 , d , a_{31} для арифметической прогрессии (a_n) : $-11; -7; -3; \dots$.

C-17. Арифметическая прогрессия

Вариант 3

- Дана арифметическая прогрессия (a_n) . Вычислите a_7 , если $a_1 = 15$, $d = -6$.
- Найдите первый член арифметической прогрессии (a_n) , если $a_{12} = -24$, $d = 4$.
- Найдите a_1 , d , a_{51} для арифметической прогрессии (a_n) : $0,5; 2; 3,5; \dots$.

C-17. Арифметическая прогрессия

Вариант 4

- Дана арифметическая прогрессия (a_n) . Вычислите a_{11} , если $a_1 = -3$, $d = 2,5$.
- Найдите первый член арифметической прогрессии (a_n) , если $a_{21} = -60$, $d = 2,5$.
- Найдите a_1 , d , a_{13} для арифметической прогрессии (a_n) : $1; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \dots$.

C-18. Арифметическая прогрессия

Вариант 1

- Дана конечная арифметическая прогрессия (a_n) . Найдите n , если $a_1 = -5$, $d = 3$, $a_n = 16$.
- Являются ли числа $A = -125$ и $B = 203$ членами арифметической прогрессии (a_n) , если $a_n = 3 - 2n$?
- *3. В арифметической прогрессии $-\frac{1}{3}; -\frac{1}{4}; \dots$ укажите номера тех членов, значения которых отрицательны.

C-18. Арифметическая прогрессия

Вариант 2

- Дана конечная арифметическая прогрессия (a_n) . Найдите n , если $a_1 = -3$, $d = 2$, $a_n = 21$.
- Являются ли числа $A = 16$ и $B = 116$ членами арифметической прогрессии (a_n) , если $a_n = 3n - 4$?
- *3. В арифметической прогрессии $\frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \dots$ укажите номера тех членов, значения которых положительны.

C-18. Арифметическая прогрессия

Вариант 3

- Дана конечная арифметическая прогрессия (a_n) . Найдите n , если $a_1 = 6,2$, $d = -4$, $a_n = -29,8$.
- Являются ли числа $A = 48$ и $B = -118$ членами арифметической прогрессии (a_n) , если $a_n = 2 - 8n$?
- *3. В арифметической прогрессии $-\frac{1}{4}; -\frac{1}{5}; \dots$ укажите номер того члена, начиная с которого все члены прогрессии будут больше 1.

C-18. Арифметическая прогрессия

Вариант 4

- Дана конечная арифметическая прогрессия (a_n) . Найдите n , если $a_1 = -\frac{3}{2}$, $d = \frac{9}{4}$, $a_n = 34,5$.
- Являются ли числа $A = 99$ и $B = -10$ членами арифметической прогрессии (a_n) , если $a_n = 0,5n - 1$?
- *3. В арифметической прогрессии $\frac{1}{4}; \frac{1}{6}; \dots$ укажите номер того члена, начиная с которого все члены прогрессии будут меньше -1.

C-19. Арифметическая прогрессия

Вариант 1

- Найдите первый член и разность арифметической прогрессии (a_n) , если $a_9 + a_7 = 70$, $a_5 - a_2 = 15$.
- Найдите сумму первых 12 членов арифметической прогрессии, заданной формулой $a_n = 7 - 3n$.
- В арифметической прогрессии (a_n) $a_5 = -1,5$, $a_6 = \frac{3}{4}$. Найдите $a_4 + a_7$.

C-19. Арифметическая прогрессия

Вариант 2

- Найдите первый член и разность арифметической прогрессии (a_n) , если $a_7 + a_3 = -8$, $a_8 - a_5 = -6$.
- Найдите сумму первых 14 членов арифметической прогрессии, заданной формулой $a_n = 6n - 4$.
- В арифметической прогрессии (a_n) $a_4 = 2,2$, $a_5 = -1,8$. Найдите $a_3 + a_6$.

C-19. Арифметическая прогрессия

Вариант 3

- Найдите первый член и разность арифметической прогрессии (a_n) , если $a_6 + a_2 = -6$, $a_9 - a_7 = 1$.
- Найдите сумму первых 11 членов арифметической прогрессии, заданной формулой $a_n = -1,5n + 3,5$.
- В арифметической прогрессии (a_n) $a_{10} = 8$, $a_{12} = -2$. Найдите a_{11} .

C-19. Арифметическая прогрессия

Вариант 4

- Найдите первый член и разность арифметической прогрессии (a_n), если $a_6 - a_4 = -5$, $a_{10} + a_2 = -46$.
- Найдите сумму первых 24 членов арифметической прогрессии, заданной формулой $a_n = \frac{3}{4}n - \frac{5}{8}$.
- В арифметической прогрессии (a_n) $a_{14} = -7$, $a_{16} = -1$. Найдите a_{15} .

C-20. Геометрическая прогрессия

Вариант 1

- Найдите b_1 и q для геометрической прогрессии (b_n), у которой $b_2 = 4$, $b_3 = 2$.
- Найдите пятый член геометрической прогрессии (b_n), если $b_1 = \frac{1}{3}$, $q = 3$.
- Является ли число $A = 64$ членом геометрической прогрессии $0,5; 1; \dots$? Если да, то укажите его номер.

C-20. Геометрическая прогрессия

Вариант 2

- Найдите b_1 и q для геометрической прогрессии (b_n), у которой $b_3 = -6$, $b_4 = 12$.
- Найдите седьмой член геометрической прогрессии (b_n), если $b_1 = 2$, $q = \frac{1}{2}$.
- Является ли число $A = \frac{1}{81}$ членом геометрической прогрессии $3; 1; \dots$? Если да, то укажите его номер.

C-20. Геометрическая прогрессия

Вариант 3

- Найдите b_1 и q для геометрической прогрессии (b_n), у которой $b_2 = 3$, $b_3 = \frac{9}{4}$.
- Найдите шестой член геометрической прогрессии (b_n), если $b_1 = 3$, $q = \frac{1}{3}$.
- Является ли число $A = \frac{1}{16}$ членом геометрической прогрессии $2; 1; \dots$? Если да, то укажите его номер.

C-20. Геометрическая прогрессия

Вариант 4

- Найдите b_1 и q для геометрической прогрессии (b_n), у которой $b_4 = 1$, $b_5 = -2$.
- Найдите девятый член геометрической прогрессии (b_n), если $b_1 = \frac{1}{2}$, $q = -2$.
- Является ли число $A = 243$ членом геометрической прогрессии $\frac{1}{3}; 1; \dots$? Если да, то укажите его номер.

C-21. Геометрическая прогрессия

Вариант 1

- Дана геометрическая прогрессия (b_n). Найдите b_1 , q , S_8 , если $b_n = \frac{4}{2^{3-n}}$.
- *Найдите сумму четвертого, пятого, шестого и седьмого членов геометрической прогрессии $32; 16; \dots$.
- Найдите такие значения переменной x , при которых числа -20 , $2x$, -5 образуют геометрическую прогрессию.

C-21. Геометрическая прогрессия

Вариант 2

- Дана геометрическая прогрессия (b_n). Найдите b_1 , q , S_5 , если $b_n = \frac{3}{3^{2-n}}$.
- *Найдите сумму третьего, четвертого, пятого и шестого членов геометрической прогрессии $\frac{1}{16}; \frac{1}{8}; \dots$.
- Найдите такие значения переменной x , при которых числа 4 , $x\sqrt{2}$, 8 образуют геометрическую прогрессию.

C-21. Геометрическая прогрессия

Вариант 3

- Дана геометрическая прогрессия (b_n). Найдите b_1 , q , S_7 , если $b_n = 0,5 \cdot 2^{n-2}$.
- *Сумма первых трех членов геометрической прогрессии (b_n) равна 14 , знаменатель прогрессии равен 2 . Найдите b_1 и сумму членов прогрессии с четвертого по восьмой включительно.
- Найдите такие значения переменной t , при которых числа $t+6$, $3\sqrt[3]{t}$, $t-6$ образуют геометрическую прогрессию.

C-21. Геометрическая прогрессия

Вариант 4

- Дана геометрическая прогрессия (b_n). Найдите b_1 , q , S_4 , если $b_n = \frac{3^{n-2}}{3}$.
- *Сумма первых четырех членов геометрической прогрессии (b_n) равна 5 , знаменатель прогрессии равен 2 . Найдите b_1 и сумму членов прогрессии с третьего по восьмой включительно.
- Найдите такие значения переменной t , при которых числа $t-5$, $2\sqrt[3]{6t}$, $t+5$ образуют геометрическую прогрессию.

ТЕМА 5. Элементы теории тригонометрических функций

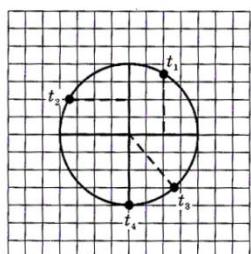
С-22. Числовая окружность

Вариант 1

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу:

а) π ; б) $\frac{\pi}{4}$; в) $\frac{4\pi}{3}$; г) $-\frac{\pi}{6}$; д) $\frac{5\pi}{2}$; е) $\frac{\pi}{8}$.

2. Найдите все числа, которым соответствуют отмеченные на числовой окружности точки.



3. Постройте геометрическую модель дуги числовой окружности, все точки которой удовлетворяют неравенству

$$\frac{2\pi}{3} < t < \frac{4\pi}{3}.$$

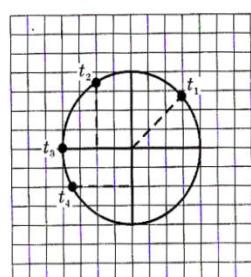
С-22. Числовая окружность

Вариант 1

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу:

а) $\frac{\pi}{2}$; б) $\frac{\pi}{6}$; в) $\frac{5\pi}{4}$; г) $-\frac{\pi}{3}$; д) $\frac{\pi}{12}$; е) 3π .

2. Найдите все числа, которым соответствуют отмеченные на числовой окружности точки.



3. Постройте геометрическую модель дуги числовой окружности, все точки которой удовлетворяют неравенству

$$\frac{\pi}{4} \leq t \leq \frac{5\pi}{4}.$$

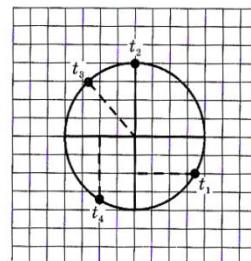
С-22. Числовая окружность

Вариант 3

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу:

а) 2π ; б) $\frac{\pi}{3}$; в) $\frac{5\pi}{6}$; г) $-\frac{\pi}{4}$; д) $\frac{7\pi}{2}$; е) 3 .

2. Найдите все числа, которым соответствуют отмеченные на числовой окружности точки.



3. Постройте геометрическую модель дуги числовой окружности, все точки которой удовлетворяют неравенству

$$-\frac{\pi}{6} < t < \frac{7\pi}{6}.$$

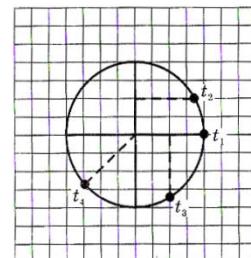
С-22. Числовая окружность

Вариант 4

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу:

а) $\frac{\pi}{4}$; б) $\frac{2\pi}{3}$; в) $\frac{11\pi}{6}$; г) $-\frac{\pi}{2}$; д) 10π ; е) 4 .

2. Найдите все числа, которым соответствуют отмеченные на числовой окружности точки.



3. Постройте геометрическую модель дуги числовой окружности, все точки которой удовлетворяют неравенству

$$-\frac{3\pi}{4} \leq t < \frac{3\pi}{4}.$$

С-23. Числовая окружность на координатной плоскости

Вариант 1

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу, и найдите ее декартовы координаты:

а) $\frac{\pi}{2}$; в) $\frac{3\pi}{4}$;
б) $\frac{\pi}{3}$; г) $-\frac{\pi}{6}$.

2. Найдите наименьшее положительное и наибольшее отрицательное числа, которым на числовой окружности соответствует точка с координатами:

а) $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; б) $K(0; -1)$.

C-23. Числовая окружность на координатной плоскости**Вариант 2**

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу, и найдите ее декартовы координаты:

а) π ; в) $\frac{5\pi}{6}$;

б) $\frac{\pi}{4}$; г) $-\frac{\pi}{4}$.

2. Найдите наименьшее положительное и наибольшее отрицательное числа, которым на числовой окружности соответствует точка с координатами:

а) $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$; б) $K(0; 1)$.

C-23. Числовая окружность на координатной плоскости**Вариант 3**

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу, и найдите ее декартовы координаты:

а) $\frac{3\pi}{2}$; в) $\frac{4\pi}{3}$;

б) $\frac{\pi}{6}$; г) $-\frac{\pi}{3}$.

2. Найдите наименьшее положительное и наибольшее отрицательное числа, которым на числовой окружности соответствует точка с координатами:

а) $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$; б) $K(-1; 0)$.

C-23. Числовая окружность на координатной плоскости**Вариант 4**

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу, и найдите ее декартовы координаты:

а) 2π ; в) $\frac{7\pi}{6}$;

б) $\frac{2\pi}{3}$; г) $-\frac{\pi}{2}$.

2. Найдите наименьшее положительное и наибольшее отрицательное числа, которым на числовой окружности соответствует точка с координатами:

а) $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; б) $K(1; 0)$.

C-24. Синус и косинус. Тангенс и котангенс**Вариант 2**

1. Вычислите:

а) $\sin \frac{\pi}{4}, \cos \frac{\pi}{3}, \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}, \cos \frac{\pi}{2}, \operatorname{ctg} \frac{2\pi}{3}, \sin \pi$;

б) $\left(\cos \frac{2\pi}{3} - 3 \sin \pi + \operatorname{tg} \frac{5\pi}{3}\right) \cdot \operatorname{ctg} \frac{5\pi}{4}$.

2. Известно, что $\cos t = \frac{8}{17}$. Вычислите $\cos(\pi - t)$.

C-24. Синус и косинус. Тангенс и котангенс**Вариант 3**

1. Вычислите:

а) $\sin \frac{\pi}{3}, \cos \frac{\pi}{2}, \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}, \sin \frac{5\pi}{6}, \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}, \cos \frac{2\pi}{3}$;

б) $\left(\sin \frac{7\pi}{6} - 5 \cos \frac{3\pi}{2} - \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{4}\right)\right) \cdot \operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{3}\right)$.

2. Известно, что $\operatorname{tg} t = \frac{15}{8}$. Вычислите $\operatorname{tg}(2\pi - t)$.

C-24. Синус и косинус. Тангенс и котангенс**Вариант 4**

1. Вычислите:

а) $\sin \frac{\pi}{6}, \cos \frac{2\pi}{3}, \operatorname{tg} 0, \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}, \cos \frac{3\pi}{4}, \sin \frac{3\pi}{2}$;

б) $\left(\operatorname{ctg} \frac{4\pi}{3} - 3 \operatorname{tg} \frac{7\pi}{4} + \sin \frac{11\pi}{6}\right) \cdot \cos \frac{5\pi}{6}$.

2. Известно, что $\sin t = -\frac{12}{13}$. Вычислите $\sin(2\pi - t)$.

C-25. Тригонометрические функции числового аргумента**Вариант 1**

1. Докажите тождество $\frac{1 - \cos^2 t}{1 - \sin^2 t} + \operatorname{tg} t \cdot \operatorname{ctg} t = \frac{1}{\cos^2 t}$.

2. По данному значению функции $\sin t = -\frac{15}{17}$, $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$, найдите значения остальных тригонометрических функций.

C-25. Тригонометрические функции числового аргумента**Вариант 2**

1. Докажите тождество $\frac{\sin^2 t + \cos^2 t}{\operatorname{tg}^2 t \cdot \cos^2 t} - \frac{1 - \sin^2 t}{\cos^2 t} = -\operatorname{ctg}^2 t$.

2. По данному значению функции $\cos t = \frac{9}{41}$, $\frac{3\pi}{2} < t < 2\pi$, найдите значения остальных тригонометрических функций.

C-24. Синус и косинус. Тангенс и котангенс**Вариант 1**

1. Вычислите:

а) $\sin \frac{\pi}{6}, \cos \frac{\pi}{4}, \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}, \sin \frac{\pi}{2}, \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4}, \cos \pi$;

б) $\left(\sin \frac{\pi}{3} + 2 \cos \frac{\pi}{2} - \operatorname{tg} \frac{3\pi}{4}\right) \cdot \sin \frac{7\pi}{6}$.

2. Известно, что $\sin t = \frac{5}{13}$. Вычислите $\sin(\pi + t)$.

C-25. Тригонометрические функции числового аргумента**Вариант 3**

1. Докажите тождество $\frac{\cos^2 t}{1 - \sin t} - \sin^2 t - \cos^2 t = \sin t$.
2. По данному значению функции $\operatorname{tg} t = \frac{7}{24}$, $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$, найдите значения остальных тригонометрических функций.

C-25. Тригонометрические функции числового аргумента**Вариант 4**

1. Докажите тождество $\frac{\sin^2 t}{1 + \cos t} + \sin t \cdot \operatorname{ctg} t = 1$.
2. По данному значению функции $\operatorname{ctg} t = -\frac{21}{20}$, $\frac{\pi}{2} < t < \pi$, найдите значения остальных тригонометрических функций.
- C-26. Тригонометрические функции углового аргумента**
1. Переведите данные числа из градусной меры в радианную: 75° ; 10° ; 144° ; 1080° .
2. Переведите данные числа из радианной меры в градусную: $\frac{\pi}{5}$; $\frac{5\pi}{18}$; $\frac{11\pi}{2}$.
3. Вычислите $\sin 210^\circ + \cos 300^\circ + \operatorname{tg} 135^\circ \cdot \operatorname{ctg} 240^\circ$.

C-26. Тригонометрические функции углового аргумента**Вариант 2**

1. Переведите данные числа из градусной меры в радианную: 15° ; 18° ; 108° ; 720° .
2. Переведите данные числа из радианной меры в градусную: $\frac{\pi}{18}$; $\frac{7\pi}{10}$; $\frac{13\pi}{4}$.
3. Вычислите $\cos 225^\circ - \sin 270^\circ \cdot \operatorname{tg} 300^\circ + \operatorname{ctg} 315^\circ$.

C-26. Тригонометрические функции углового аргумента**Вариант 3**

1. Переведите данные числа из градусной меры в радианную: 20° ; 36° ; 250° ; 900° .
2. Переведите данные числа из радианной меры в градусную: $\frac{\pi}{10}$; $\frac{8\pi}{15}$; $\frac{5\pi}{12}$.
3. Вычислите $\operatorname{tg} 420^\circ \cdot \operatorname{ctg} 450^\circ - \cos 720^\circ + \sin 210^\circ$.

C-26. Тригонометрические функции углового аргумента**Вариант 4**

1. Переведите данные числа из градусной меры в радианную: 40° ; 72° ; 320° ; 1200° .
2. Переведите данные числа из радианной меры в градусную: $\frac{\pi}{15}$; $\frac{3\pi}{5}$; $\frac{7\pi}{18}$.
3. Вычислите $\cos 405^\circ \cdot \sin 495^\circ - \operatorname{tg} 315^\circ + \operatorname{ctg} 240^\circ$.

C-27. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график**Вариант 1**

1. Не выполняя построения графика, ответьте на вопрос, принадлежит ли графику функции $y = \sin x$ точка:
- a) $M\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; б) $K\left(\frac{3\pi}{4}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.
2. а) Постройте график функции $y = \sin x - 1$.
б) Укажите область значений данной функции.
в) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на полуинтервале $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

C-27. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график**Вариант 2**

1. Не выполняя построения графика, ответьте на вопрос, принадлежит ли графику функции $y = \sin x$ точка:
- a) $M\left(\frac{\pi}{3}; \frac{1}{2}\right)$; б) $K\left(\frac{2\pi}{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
2. а) Постройте график функции $y = \sin x + 0,5$.
б) Укажите область значений данной функции.
в) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $\left[\frac{\pi}{6}; \pi\right]$.

C-27. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график**Вариант 3**

1. Не выполняя построения графика, ответьте на вопрос, принадлежит ли графику функции $y = \sin x$ точка:
- a) $M\left(-\frac{\pi}{6}; -\frac{1}{2}\right)$; б) $K\left(\frac{3\pi}{4}; 1\right)$.
2. а) Постройте график функции $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 2$.
б) Укажите область значений данной функции.
в) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{3}\right]$.

C-27. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график**Вариант 4**

1. Не выполняя построения графика, ответьте на вопрос, принадлежит ли графику функции $y = \sin x$ точка:
- a) $M\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$; б) $K\left(\frac{5\pi}{6}; \frac{1}{2}\right)$.
2. а) Постройте график функции $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1,5$.
б) Укажите область значений данной функции.
в) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на полуинтервале $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{2\pi}{3}\right]$.

C-28. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график**Вариант 1**

1. а) Постройте график функции $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$.
б) Укажите промежутки возрастания и убывания функции на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}\right]$.
в) Определите нули функции.
2. Решите графически уравнение $2 \sin x = x - \pi$.

C-28. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график**Вариант 2**

1. а) Постройте график функции $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.
 б) Укажите промежутки возрастания и убывания функции на отрезке $\left[-\frac{4\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right]$.
 в) Определите нули функции.
2. Решите графически уравнение $-2 \cos x = -x + \frac{\pi}{2}$.

C-28. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график**Вариант 3**

1. а) Постройте график функции $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 1$.
 б) Укажите промежутки возрастания и убывания функции на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}\right]$.
 в) Определите нули функции.
2. Решите графически уравнение $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{x - \frac{\pi}{3}}$.

C-28. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график**Вариант 4**

1. а) Постройте график функции $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1$.
 б) Укажите промежутки возрастания и убывания функции на отрезке $\left[-\frac{7\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$.
 в) Определите нули функции.
2. Решите графически уравнение $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \left(x - \frac{4\pi}{3}\right)^3$.

C-29.**Вариант 1**

1. Найдите область определения функции $y = \sqrt{-x^2 + 5x + 24}$.
2. Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x + 7y = 1, \\ (x - 3y)(3x + 7y) = 11. \end{cases}$
3. Постройте график функции $y = (x + 1)^3$. Найдите координаты точек пересечения графика данной функции с графиком функции $y = 4x + 4$.
4. Четвертый член арифметической прогрессии равен 9, а восьмой равен -7. Найдите сумму первых восьми членов прогрессии.

C-29.**Вариант 2**

1. Найдите область определения функции $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x - 35}}$.
2. Решите систему уравнений $\begin{cases} 8x - 3y = 1, \\ (x + 2y)(8x - 3y) = 12. \end{cases}$
3. Постройте график функции $y = \frac{x^4}{4}$. Найдите координаты точек пересечения графика данной функции с графиком функции $y = -2x$.
4. Шестой член арифметической прогрессии равен 11, а двенадцатый равен -19. Найдите сумму первых двенадцати членов прогрессии.

C-29.**Вариант 3**

1. Найдите область определения функции $y = \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 15}}{x - 5}$.
2. Решите систему уравнений $\begin{cases} xy = 12, \\ 2x + 2y - xy = 2. \end{cases}$
3. Постройте график функции $y = 4x^{-2} - 2$. Найдите координаты точек пересечения графика данной функции с графиком функции $y = 3x^2 - 1$.
4. Найдите число членов арифметической прогрессии, если первый ее член равен 33, разность равна -7, а сумма равна 45.

C-29.**Вариант 4**

1. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\frac{x^2 - 5x - 14}{2 - x}}$.
2. Решите систему уравнений $\begin{cases} x + 2xy + y = -13, \\ xy = -6. \end{cases}$
3. Постройте график функции $y = -0,5(x - 2)^3$. Найдите координаты точек пересечения графика данной функции с графиком функции $y = -\frac{2}{x - 1} + 2$.
4. Найдите число членов арифметической прогрессии, если первый ее член равен 53, разность равна -8, а сумма равна 14.

ОТВЕТЫ

C	№ задания	1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант
1	1а	(4; ∞)	(−∞; −1]	(−∞; − $\frac{1}{2}$)	(−∞; − $\frac{2}{3}$)
	1б	(−∞; −7) ∪ [3; ∞)	(−4; 9)	(−∞; −4] ∪ [6; ∞)	[3; 7]
	1в*	(1; 9)	(−∞; −5) ∪ (1; ∞)	[−2; 10]	(−∞; − $\frac{2}{3}$) ∪ (4; ∞)
	1г	(−∞; ∞)	Нет решений	(−∞; ∞)	Нет решений
2	2	(−∞; − $\frac{4}{3}$) ∪ [1; 5; ∞)	(−∞; $\frac{4}{3}$) ∪ (3; ∞)	[−9; −8]	(− $\frac{6}{5}$; $\frac{6}{5}$)
	1а	(−∞; −9) ∪ [1; ∞)	(−7; 5)	[−5; 6]	(−6; −2)
	1б	(0; 12)	(−∞; −11) ∪ [11; ∞)	(−14; 14)	[−8; 0] ∪ [8; ∞)
	1в	[3; 11]	[−4; 15]	(−∞; $\frac{1}{2}$) ∪ (4; ∞)	(−∞; $\frac{1}{6}$) ∪ (1; ∞)
	1г	(−∞; −3) ∪ (5; 7)	(−9; −1) ∪ (4; ∞)	[−4; 0] ∪ [2; 9]	(−4; 2) ∪ (5; ∞)
	1д	(−2; 0) ∪ (3; ∞)	(−∞; −8) ∪ (0; 5)	[−3; −2] ∪ (5; ∞)	(−∞; −2) ∪ [0; 7)
	2*	(−∞; −6) ∪ (6; ∞)	(−6; 6)	(−∞; −1] ∪ [2; ∞)	[−5; 4]

3	1а	[5; ∞)	(−∞; −4]	($\frac{5}{8}$; 4,5]	[0; 2)
	1б	(3; 7)	Нет решений	(− $\frac{22}{3}$; 0]	Нет решений
	1в*	[$\frac{1}{6}$; $\frac{3}{4}$]	(−∞; −2) ∪ (− $\frac{2}{7}$; 0]	(2; 5)	[$\frac{3}{4}$; 2]
	1г*	(5; ∞)	[1; 6)	(−∞; −5] ∪ (1; 5]	[−6; −1)
4	2	(4; 5,5)	[− $\frac{1}{2}$; $\frac{5}{4}$]	(− $\frac{22}{3}$; $\frac{2}{3}$)	[−6; 9)
	3	[−1,5; ∞)	[−9; 1]	(−∞; 0] ∪ [4; 5]	(0; 4]
	4	(1; 3); (3; 5)	(−1; 4); (3; 0)	(1; 1); (2; 0)	(0; 4); (2; 2)
	5	1а	(−2; −3); (3; 2)	(−1; 1), (2; −0,5)	(2; −4), (−0,8; 4,4)
5	1б	(1; 0), (−7; −4)	(−1; −5); (3; −1)	(−3; −2), (−2; −1,5)	(4; 2), ($\frac{2}{3}$; $−\frac{4}{3}$)
	2	(2; −4), (−2; 4), (2; 4), (−2; −4)	(2; −5), (−2; 5)	(1; 3), (−1; −3)	(1; 2), (1; −2), (−1; 2), (−1; −2)

C	№ задания	1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант
6	1	(1; 2), (2; 1)	(4; 1), (−1; −4)	($\frac{4}{3}$; $−\frac{1}{3}$), (−2; −2)	($\frac{4}{3}$; $\frac{2}{3}$), ($\frac{3}{2}$; $\frac{3}{2}$)
	2	(5; 2)	(7; 9)	(−4; 9), (6; −11)	(10; 3), (−11; −4)
7	1а	8 см, 15 см	24 см, 10 см	9 см, 12 см	18 дм, 24 дм
	1б	6 ч	4 дня	6 ч, 4 ч	35 мин, 40 мин
8	1в	(−∞; 2)	[− $\frac{5}{8}$; ∞)	(−∞; 1,5)	(−∞; −2] [0; 5; ∞)
	1г	(−∞; −1) ∪ [4; ∞)	(−∞; −7] ∪ [7; ∞)	(−∞; −4] ∪ (5; ∞)	(5; ∞)
10	2	$y_{\text{зад}} = 7$, $y_{\text{ макс}} = 3$	$y_{\text{зад}} = 3$, $y_{\text{ макс}} \text{ --- не сумн.}$	$y_{\text{зад.}} \text{ --- не сумн.}$, $y_{\text{ макс.}} = 1$	$y_{\text{зад.}} = 1$, $y_{\text{ макс.}} \text{ --- не сумн.}$
13	1в	(1; 1), (3; 1)	(−1; 2), (1; 4)	(0; −3), (2; −3)	(−2; −3), (0; −1)
14	2	0; ±2	±1	±2	±1; ±2
15	2*	[−2; 1]	(−∞; −1] ∪ [1; ∞)	(−∞; 1]	(−∞; −1]
16	3	−2; −4; −10; −28	5; 14; 41; 122	−1; 0; 1; 4	$3; \frac{1}{9}; 81; \frac{1}{6561}$

17	1	$a_5 = 5$	$a_9 = -27$	$a_7 = -21$	$a_{11} = 22$
	2	$a_1 = 27$	$a_1 = -26$	$a_1 = -68$	$a_1 = -110$
	3	$a_{36} = -140$	$a_{31} = 109$	$a_{31} = 75,5$	$a_{13} = -3$
18	3	$n = 1; 2; 3; 4$	$n = 1; 2; 3; 4; 5$	Начиная с $n = 27$	Начиная с $n = 17$
19	1	$a_1 = 0; d = 5$	$a_1 = 4; d = -2$	$a_1 = -4,5; d = 0,5$	$a_1 = -10,5; d = -2,5$
	2	$S_{12} = -150$	$S_{14} = 574$	$S_{11} = -60,5$	$S_{24} = 210$
	3	$-\frac{3}{4}$	0,4	3	−4
20	1	$q = \frac{1}{2}; b_1 = 8$	$q = -2; b_1 = -1,5$	$q = \frac{3}{4}; b_1 = 4$	$q = -2; b_1 = -\frac{1}{8}$
	2	27	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{81}$	128
	3	$n = 8$	$n = 6$	$n = 6$	$n = 7$

21	1	$b_1 = 1; q = 2;$ $S_8 = 255$	$b_1 = 1; q = 3;$ $S_9 = 121$	$b_1 = \frac{1}{4}; q = 2;$ $S_7 = \frac{127}{4}$	$b_1 = \frac{1}{9}; q = 3$ $S_4 = \frac{40}{9}$
	2*	$S_{4-7} = 7,5$	$S_{5-8} = 3\frac{3}{4}$	$b_1 = 2; S_{4+8} = 496$	$b_1 = \frac{1}{3}; S_{5-8} = 84$
	3	±5	±4	12	25
24	16	$-\frac{\sqrt{3}+2}{4}$	$-\frac{1+2\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{6}$	$-\frac{5\sqrt{3}+2}{4}$
25	2	$\cos t = -\frac{8}{17};$ $\tg t = \frac{15}{8};$ $\ctg t = \frac{8}{15}$	$\sin t = -\frac{40}{41};$ $\tg t = -\frac{40}{9};$ $\ctg t = -\frac{9}{40}$	$\sin t = -\frac{7}{25};$ $\cos t = -\frac{24}{25};$ $\ctg t = \frac{24}{7}$	$\sin t = \frac{20}{29};$ $\cos t = -\frac{21}{29};$ $\tg t = -\frac{20}{21}$
26	3	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}+2}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{2\sqrt{3}+9}{6}$
29	1	[−3; 8]	(−∞; 7) ∪ (5; +∞)	(−∞; −5) ∪ [3; 5) ∪ [5; +∞)	(−∞; −2] ∪ (2; 7]
	2	(5; −2)	(2; 5)	(3; 4), (4; 3)	(−3; 2), (2; −3)
	3	(−3; −8), (−1; 0) (1; 8)	(0; 0), (−2; 4)	(−1; 2), (1; 2)	(0; 4), (2; 0)
	4	56	102	9	14